

MNOŽENJE VEČČLENIKOV

PONOVITEV

1. Izračunaj. Med koeficientom in spremenljivko ne piši znaka za množenje in ne presledka.

$4a + 7a = (4+7)a = 11a$	$8a - 11a = (8-11)a = -3a$
$-9c - 11c = (-9-11)c = -20c$	$12ab - 6ab = (12-6)ab = 6ab$

2. Množi enočlenike. Računaj v zvezek.

a) $8a \cdot (-3a)$	b) $0,4a^2b \cdot 8ab^3 = 0,4 \cdot 8 \cdot a^2 \cdot a \cdot b \cdot b^3 = 3,2 a^3 b^4$
c) $-1,4a^4 \cdot (-3a^5) \cdot a$	č) $\frac{1}{4} ab^3 \cdot \left(-2\frac{1}{5} a^4\right) = -\frac{21}{20} a^5 b^3$

a) $8a \cdot (-3a) = 8 \cdot (-3) a \cdot a = -24a^2$

c) $-1,4a^4 \cdot (-3a^5) \cdot a = -1,4 \cdot (-3) a^4 \cdot a^5 \cdot a = 4,2 a^{10}$

3. V kvadraterk zapiši črko pred izrazom, da bo veljala enakost.

$3 \cdot (4 + b) = \boxed{C}$	$6 \cdot (2 - b) = \boxed{A}$	$-3 \cdot (4 - b) = \boxed{D}$
A $12 - 6b$	B $-12 - 3b$	C $12 + 3b$
		D $-12 + 3b$

4. Poenostavi izraza s spremenljivko. Piši v zvezek.

a) $2 \cdot (5a + 8) - 3 \cdot (a - 1)$
b) $-(b - 1) + 4 \cdot (2b + 3)$

a) $2 \cdot (5a + 8) - 3 \cdot (a - 1) = \underline{10a + 16} - \underline{3a + 3} = 7a + 19$

b) $-(b - 1) + 4 \cdot (2b + 3) = \underline{-b + 1} + \underline{8b + 12} = 7b + 13$

MNOŽENJE DVOČLENIKOV

Dvočlenik množimo z dvočlenikom tako, da vsak člen prvega dvočlenika množimo z vsakim členom drugega dvočlenika.

<https://eucbeniki.sio.si/mat9/858/index2.html>

$$\begin{aligned}
 (a + b)(c + d) &= \\
 &= a(c + d) + b(c + d) = \\
 &= \overset{1.}{a}c + \overset{2.}{a}d + \overset{3.}{b}c + \overset{4.}{b}d
 \end{aligned}$$

Množi dvočlenika. Dopolni v enakosti.

$$(4 + a)(3 + b) = 4 \cdot \boxed{3} + 4b + a \cdot \boxed{3} + a \cdot \boxed{b}$$

$$(a - 1)(5 + b) = 5 \cdot \boxed{a} + a \cdot \boxed{b} - 1 \cdot \boxed{5} - b$$

Prepiši izraze v zvezek. Množi dvočlenike. Enakovredne izraze povleci k enačajem. Opiši, kako so zapisane spremenljivke v izračunanih produktih.

$$(5a + 6)(3a + 4) = \underline{15a^2 + 38a + 24}$$

$$(-5a + 8)(-3a + 3) = \underline{15a^2 - 15a - 24a + 24} = 15a^2 - 39a + 24$$

$$(15a - 12)(a - 2) = \underline{15a^2 - 30a - 12a + 24} = 15a^2 - 42a + 24$$

$$\begin{aligned}
 (5a + 6)(3a + 4) &= \overset{1.}{5a} \cdot \overset{2.}{3a} + \overset{1.}{5a} \cdot \overset{2.}{4} + \overset{3.}{6} \cdot \overset{3.}{3a} + \overset{4.}{6} \cdot \overset{4.}{4} = \\
 &= \underline{15a^2} + \underline{20a} + \underline{18a} + 24 = \\
 &= 15a^2 + 38a + 24
 \end{aligned}$$

! Poenostavljen izraz je urejen po padajočih potencah spremenljivke.

<https://eucbeniki.sio.si/mat9/858/index4.html>

Izračunaj v zvezek. Izraza uredi.

$$(a+3)(3a-5) = 3a^2 + 4a - 15$$

$$(-2b+4)(b+3) = -2b^2 - 2b + 12$$

$$\begin{aligned} (a+3)(3a-5) &= a \cdot 3a + a \cdot (-5) + 3 \cdot 3a + 3 \cdot (-5) = \\ &= 3a^2 - 5a + 9a - 15 = 3a^2 + 4a - 15 \end{aligned}$$

$$(-2b+4)(b+3) = -2b^2 - 6b + 4b + 12 = -2b^2 - 2b + 12$$

Pomnoži dvočlenika. Dobljene izraze poenostavi in uredi.

a) $(3+a)(2+a)$

b) $(7-b)(3+b)$

c) $(a-6)(a-5)$

č) $(4+a)(-2-b)$

d) $(8-c)(c+5)$

e) $(4+c)(-5-c)$

$$\begin{aligned} a) (3+a)(2+a) &= 3 \cdot 2 + 3 \cdot a + a \cdot 2 + a \cdot a = \\ &= 6 + 3a + 2a + a^2 = \\ &= 6 + 5a + a^2 = a^2 + 5a + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) (7-b)(3+b) &= 7 \cdot 3 + 7 \cdot b + (-b) \cdot 3 + (-b) \cdot b = \\ &= 21 + 7b - 3b - b^2 = -b^2 + 4b + 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) (a-6)(a-5) &= a \cdot a + a \cdot (-5) + (-6) \cdot a + (-6) \cdot (-5) = \\ &= a^2 - 5a - 6a + 30 = a^2 - 11a + 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \check{c}) (4+a)(-2-b) &= 4 \cdot (-2) + 4 \cdot (-b) + a \cdot (-2) + a \cdot (-b) = \\ &= -8 - 4b - 2a - ab = -ab - 2a - 4b - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) (8-c)(c+5) &= 8 \cdot c + 8 \cdot 5 + (-c) \cdot c + (-c) \cdot 5 = \\ &= 8c + 40 - c^2 - 5c = -c^2 + 3c + 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) (4+c)(-5-c) &= 4 \cdot (-5) + 4 \cdot (-c) + c \cdot (-5) + c \cdot (-c) = \\ &= -20 - 4c - 5c - c^2 = -c^2 - 9c - 20 \end{aligned}$$

POENOSTAVLJANJE IZRAZOV

Pri poenostavljanju izrazov upoštevamo, da ima množenje veččlenikov prednost pred seštevanjem in odštevanjem.

ZGLED

Poenostavi izraz. Piši v zvezek.

$$(4a - 3)(5a + 2) - 7 \cdot (a - 5)$$

$$\begin{aligned} & (4a - 3)(5a + 2) - 7 \cdot (a - 5) = \\ & = 4a \cdot 5a + 4a \cdot 2 + (-3) \cdot 5a + (-3) \cdot 2 - 7 \cdot a - 7 \cdot (-5) = \\ & = 20a^2 + 8a - 15a - 6 - 7a + 35 = 20a^2 - 14a + 29 \end{aligned}$$

ZGLED

Vsoto enočlenikov $-4a$ in $5b$ množi z razliko teh dveh enočlenikov.

$$\begin{aligned} & (-4a + 5b) \cdot (-4a - 5b) = -4a \cdot (-4a) + (-4a) \cdot (-5b) + 5b \cdot (-4a) + 5b \cdot (-5) \\ & = 16a^2 + 20ab - 20ab - 25b^2 = 16a^2 - 25b^2 \end{aligned}$$

ZGLED

Najvišja stopnja spremenljivke a v produktu $(a^2 + 2a^4 - 3a^3 + a)(4a^3 - 5a^4 + a^2)$ je

5.

Drži. Ne drži.

(8 bo najvišja stopnja)

VREDNOST IZRAZOV

Vrednost izraza s spremenljivko za znano vrednost spremenljivke lahko izračunamo tako, da izraz s spremenljivko poenostavimo.

ZGLED

Vrednost izraza $(2a - 4)(a - 5) - 2a^2$ za $a = -2,5$ je 55.

Drži. Ne drži.

$$\begin{aligned} & (2a - 4)(a - 5) - 2a^2 = 2a \cdot a + 2a \cdot (-5) + (-4) \cdot a + (-4) \cdot (-5) - 2a^2 = \\ & = 2a^2 - 10a - 4a + 20 - 2a^2 = -14a + 20 \end{aligned}$$

$$a = -2,5 \Rightarrow -14 \cdot (-2,5) + 20 = 35 + 20 = 55$$

ZGLED

Matej množi dvočlenik $a + 3$ s tričlenikom $a^2 - 3a + 5$. Izračunati želi vrednost številskega izraza za $a = -5$. Preveri Matejev postopek tako, da rešuješ v zvezek.

PREVERITI JE
MOŽNO V SPLETNEM
UČBENIKU

$$(a + 3) \cdot (a^2 - 3a + 5) =$$

$$= a \cdot a^2 + a \cdot (-3a) + a \cdot 5 + 3 \cdot a^2 + 3 \cdot (-3a) + 3 \cdot 5 =$$

$$= a^3 - 3a^2 + 5a + 3a^2 - 9a + 15 =$$

$$= a^3 - 4a + 15$$

$$a = -5 \Rightarrow (-5)^3 - 4 \cdot (-5) + 15 = -125 + 20 + 15 = -90$$

<https://eucbeniki.sio.si/mat9/858/index7.html>

NALOGE

1. Množi. Dopolni v enakosti.

$$(a + b)(c - d) = a c - a d + b c - b d$$

$$(2 + a)(b - 4) = 2 b - 8 + a b - 4 a$$

$$(a - b)(-c + d) = -a c + a d + b c - b d$$

2. Vpiši manjkajoče koeficiente.

$$(a + 7) \cdot (b - 4) = ab - 4a + 7b - 28$$

3. Izračunaj manjkajoče koeficiente.

$$(-3x + 5) \cdot (-5x - 1) = 15x^2 - 22x - 5$$

$$15x^2 + 3x - 25x - 5$$

4. Izberi izraz, ki ustreza besedilu. Vsoto števil a in 5 pomnoži z razliko števil $-a$ in 8. Poenostavi izraz.

$$\checkmark (a + 5)(-a - 8) = -a^2 - 8a - 5a - 40 = -a^2 - 13a - 40$$

$$\circ (a - 5)(-a - 8) = -a^2 - 8a + 5a + 40 = -a^2 - 3a + 40$$

$$\circ (a + 5)(8 - a) = 8a - a^2 + 40 - 5a = -a^2 + 3a + 40$$

$$\circ (a - 5)(-a + 8) = -a^2 + 8a + 5a - 40 = -a^2 + 13a - 40$$

5. Na črto povleci izraz, da bo veljala enakost.

$$(3 + a)(6 + a) = \underline{18 + 3a + 6a + a^2} = a^2 + 9a + 18$$

$$(5 - a)(4 + a) = \underline{20 + 5a - 4a - a^2} = -a^2 + a + 20$$

$$(6 - a)(3 - a) = \underline{18 - 6a - 3a + a^2} = a^2 - 9a + 18$$

$$(-10 + a)(-2 - a) = \underline{20 + 10a - 2a - a^2} = -a^2 + 8a + 20$$

$$-a^2 + a + 20$$

$$a^2 - 9a + 18$$

$$-a^2 + 8a + 20$$

$$a^2 + 9a + 18$$

6. Izračunaj produkt dvočlenika $a^2 + 4$ in dvočlenika $6a - 5$.

$$\begin{aligned} (a^2 + 4) \cdot (6a - 5) &= a^2 \cdot 6a + a^2 \cdot (-5) + 4 \cdot 6a + 4 \cdot (-5) = \\ &= 6a^3 - 5a^2 + 24a - 20 \end{aligned}$$

7. Dvočlenik množimo z dvočlenikom tako, da množimo prva dva člena dvočlenikov in druga dva člena dvočlenikov.

Drži. Ne drži.

8. Poenostavi izraza in izračunaj njuno vrednost za $a = -3$.

a) $-2 \cdot (3a + 5) + (a + 2)(a - 1)$

b) $(a^2 - 4)(a^2 + 3) - 5a^2 + 10$

$$a) -2 \cdot (3a + 5) + (a + 2)(a - 1) =$$

$$= \underline{-6a - 10} + \underline{a^2 - a + 2a - 2} =$$

$$= a^2 - 5a - 12 = \{ a = -3 \}$$

$$= (-3)^2 - 5 \cdot (-3) - 12 = 9 + 15 - 12 = 12$$

$$b) (a^2 - 4)(a^2 + 3) - 5a^2 + 10 =$$

$$= \underline{a^4 + 3a^2 - 4a^2 - 12} - \underline{5a^2} + 10 =$$

$$= a^4 - 6a^2 - 2 = \{ a = -3 \} =$$

$$= (-3)^4 - 6 \cdot (-3)^2 - 2 = 81 - 54 - 2 = 25$$

KVADRAT DVOČLENIKA



Produkt enakih dvočlenikov zapišemo s kvadratom dvočlenika.
Kvadrat dvočlenika ima tri člene.

<https://eucbeniki.sio.si/mat9/859/index2.html>

ZGLED

V zvezek izračunaj produkte. Koliko členov ima vsak poenostavljeni izraz? Vsak produkt zapiši še s potenco.

a) $(x-4)(x-4)$

b) $(1+b)(1+b)$

c) $(2x-1)(2x-1)$

a) $(x-4)(x-4) = x^2 - 4x - 4x + 16 = x^2 - 8x + 16$ 3 ČLENA

b) $(1+b)^2 = (1+b)(1+b) = 1 + b + b + b^2 = b^2 + 2b + 1$

c) $(2x-1)^2 = (2x-1)(2x-1) = 4x^2 - 2x - 2x + 1 = 4x^2 - 4x + 1$

ZGLED

Dopolni v enakosti. Vpiši manjkajoča števila ali predznake.

$$(a+4)(a+4) = a^2 + \boxed{4}a + \boxed{4}a + \boxed{16} = a^2 + \boxed{8}a + \boxed{16}$$

$$(a-9)(a-9) = a^2 - \boxed{9}a - \boxed{9}a + \boxed{81} = a^2 - \boxed{18}a + \boxed{81}$$

$$(a+6)(a+6) = a^2 + \boxed{6}a + \boxed{6}a + \boxed{36} = a^2 + \boxed{12}a + \boxed{36}$$



Kvadrat dvočlenika je enak vsoti kvadrata prvega člena, dvakratnika produkta obeh členov in kvadrata drugega člena dvočlenika.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ZGLED

Glede na zapisani primer dopolni v enakosti.

Primer: $(a+4)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 4 + 4^2 = a^2 + 8a + 16$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

a)	$(a - 3)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot (-3) + (-3)^2 =$
	$= a^2 - 6a + 9$
b)	$(-a + 11)^2 = (-a)^2 + 2 \cdot (-a) \cdot 11 + 11^2 =$
	$= a^2 - 22a + 121$
c)	$(-a - 8)^2 = (-a)^2 + 2 \cdot (-a) \cdot (-8) + (-8)^2 =$
	$= a^2 + 16a + 64$

ZGLED

V zvezek izračunaj kvadrate dvočlenikov. Rešitve preveri tako, da povlečeš poenostavljene izraze, da bodo veljale enakosti.

$$(a - 14)^2 = \underline{a^2 + 2 \cdot a \cdot (-14) + 14^2} = a^2 - 28a + 196$$

$$(a + 14)^2 = \underline{a^2 + 2 \cdot a \cdot 14 + 14^2} = a^2 + 28a + 196$$

$$(-2a + 7)^2 = \underline{(-2a)^2 + 2 \cdot (-2a) \cdot 7 + 7^2} = 4a^2 - 28a + 49$$

$$(-2a - 7)^2 = \underline{(-2a)^2 + 2 \cdot (-2a) \cdot (-7) + (-7)^2} = 4a^2 + 28a + 49$$

$$a^2 + 28a + 196$$

$$4a^2 - 28a + 49$$

$$4a^2 + 28a + 49$$

$$a^2 - 28a + 196$$

KVADRAT DVOČLENIKA

! Produkt enakih dvočlenikov zapišemo s kvadratom dvočlenika.
Kvadrat dvočlenika ima tri člene.

ZGLED

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

V zvezek izračunaj produkte. Koliko členov ima vsak poenostavljeni izraz? Vsak produkt zapiši še s potenco.

a) $(x-4)(x-4)$

b) $(1+b)(1+b)$

c) $(2x-1)(2x-1)$

a) $(x-4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (-4) + (-4)^2 = x^2 - 8x + 16$

b) $(1+b)^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot b + b^2 = 1 + 2b + b^2 = b^2 + 2b + 1$

c) $(2x-1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot (-1) + (-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

Kvadrat dvočlenika je enak vsoti kvadrata prvega člena, dvakratnika produkta obeh členov in kvadrata drugega člena dvočlenika.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Izračunaj v zvezek.

a) $(x+3)^2 =$

b) $(5x-12)^2 =$

c) $(x+7y)^2 =$

č) $(4a+b)^2 =$

d) $(3a^2-b)^2 =$

e) $(x-x)^2 =$

a) $(x+3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$

b) $(5x-12)^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot (-12) + (-12)^2 = 25x^2 - 120x + 144$

c) $(x+7y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 7y + (7y)^2 = x^2 + 14xy + 49y^2$

č) $(4a+b)^2 = (4a)^2 + 2 \cdot 4a \cdot b + b^2 = 16a^2 + 8ab + b^2$

d) $(3a^2-b)^2 = (3a^2)^2 + 2 \cdot 3a^2 \cdot (-b) + (-b)^2 = 9a^4 - 6a^2b + b^2$

e) $(\underbrace{x-x}_0)^2 = 0$

PRODUKT VSOTE IN RAZLIKE

! Produkt vsote in razlike enakih členov je enak razliki kvadratov teh dveh členov.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ZGLED

Velja: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Drži. Ne drži.

ZGLED

Prepiši produkte v zvezek in jih poenostavi. Preveri rešitve.

a) $(5 - a)(5 + a)$

b) $(11 - c)(11 + c)$

c) $(b + 6)(b - 6)$

č) $(20 + b)(20 - b)$

a) $(5 - a)(5 + a) = 5^2 - a^2 = 25 - a^2$

b) $(11 - c)(11 + c) = 11^2 - c^2 = 121 - c^2$

c) $(b + 6)(b - 6) = b^2 - 6^2 = b^2 - 36$

č) $(20 + b)(20 - b) = 20^2 - b^2 = 400 - b^2$

RAZLIKA KVADRATOV

! Razliko kvadratov števil lahko zapišemo s produktom vsote in razlike teh števil.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

ZGLED

Izračunaj $97^2 - 96^2$ z uporabo pravila razlike kvadratov.

$$97^2 - 96^2 = \underbrace{(97 - 96)}_1 \cdot \underbrace{(97 + 96)}_{193} = 1 \cdot 193 = 193$$

ZGLED

Dopolni naslednje enakosti tako, da razliko kvadratov zapišeš s produktom vsote in razlike. Opiši lastnosti členov v razliki kvadratov in izračunaj vrednost. Ugotovi pravilo, zapiši in izračunaj v zvezek še vsaj tri razlike kvadratov.

$$2^2 - 1^2 = (2 + 1)(2 - 1) = 3$$

$$3^2 - 2^2 = (3 + 2)(3 - 2) = 5$$

$$4^2 - 3^2 = (4 + 3)(4 - 3) = 7$$

$$5^2 - 4^2 = (5 + 4)(5 - 4) = 9$$

Pri množenju vsote in razlike enakih števil upoštevamo, da je **produkt vsote in razlike enakih števil enak razliki kvadratov teh dveh števil.**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} (x + 7)(x - 7) &= x^2 - 7^2 = x^2 - 49 \\ &\rightarrow x^2 - \underbrace{7x + 7x} - 49 \\ (8 + a)(8 - a) &= 8^2 - a^2 = 64 - a^2 \\ &\rightarrow 64 - \underbrace{8a + 8a} - a^2 \\ (-5 - c)(-5 + c) &= (-5)^2 - c^2 = 25 - c^2 \\ &\rightarrow 25 - \underbrace{5c + 5c} - c^2 \end{aligned}$$

Razliko kvadratov števil lahko zapišemo kot produkt vsote in razlike enakih števil.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$81 - a^2 = (9 - a)(9 + a)$$

$$a^2 - 25 = (a + 5)(a - 5)$$

$$b^4 - 400 = (b^2 + 20)(b^2 - 20)$$

$$144 - b = (12 - \sqrt{b})(12 + \sqrt{b})$$

NALOGE

1. Zapiši manjkajoče število.

$$(x + 16)(x - 16) = x^2 - \boxed{256}$$

2. Računaj na dva načina. V prvem načinu množi dvočlenik z dvočlenikom. V drugem načinu uporabi pravilo produkta vsote in razlike enakih členov.

a) $(x - 3)(x + 3)$

b) $(x + 8)(x - 8)$

c) $(2x - 4y)(2x + 4y)$

$$a) (x - 3)(x + 3) = x^2 \pm 3x - 3x - 9 = x^2 - 9$$

$$b) (x + 8)(x - 8) = x^2 - 8x + 8x - 64 = x^2 - 64$$

$$c) (2x - 4y)(2x + 4y) = 4x^2 + 8xy - 8xy - 16y^2 = 4x^2 - 16y^2$$

3. Zapiši kot produkt.

$$x^2 - 1 = (x + \boxed{1})(x - \boxed{1})$$

4. Po pravilu za razliko kvadratov preoblikuj izraz
- $y^2 - 49$
- v produkt

$$y^2 - 49 = (y - \boxed{7})(y + \boxed{7})$$

5. K produktu
- vsote in razlike števil x in 5
- prištej trikratnik vsote
- $x + 3$
- . Koliko dobiš?

$$(x + 5)(x - 5) + 3(x + 3) =$$

$$= x^2 - 25 + 3x + 9 =$$

$$= x^2 + 3x - 16$$

IZPOSTAVLJANJE SKUPNEGA FAKTORJA

! Nekateri veččleniki lahko razstavimo tako, da izpostavimo skupni faktor.

ZGLED

Izpostavi največji skupni faktor.

a) $24a^2 + 36a$

b) $56 - 14a^5$

c) $36a^2b^4 - 66a^2b^3$

č) $1,4a - 2,7a^4 + 4a^3$

$$\begin{array}{c} 6a + 6b = 6 \cdot (a+b) \\ \uparrow \quad \uparrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2a + ab = a \cdot (2+b) \\ \uparrow \quad \uparrow \end{array}$$

a) $24a^2 + 36a = 12a(2a + 3)$

b) $56 - 14a^5 = 14(4 - a^5)$

c) $36a^2b^4 - 66a^2b^3 = 6a^2b^3(6b - 11)$

č) $1,4a - 2,7a^4 + 4a^3 = a(1,4 - 2,7a^3 + 4a^2)$

Izpostavi največji skupni faktor.

a) $6x - 12y$

b) $5a + 10b + 20c$

c) $2ab + 2bc$

č) $x^3 + x^2$

d) $15a^2b^4 + 9a^4b^3$

e) $24a^2b^5 - 20a^3b^3$

a) $6x - 12y = 6(x - 2y)$

b) $5a + 10b + 20c = 5(a + 2b + 4c)$

c) $\begin{array}{c} 2ab + 2bc = 2b(a + c) \\ \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \end{array}$

č) $x^3 + x^2 = x^2(x + 1)$

d) $15a^2b^4 + 9a^4b^3 = 3a^2b^3(5b + 3a^2)$

e) $24a^2b^5 - 20a^3b^3 = 4a^2b^3(6b^2 - 5a)$

Poveži enakosti.

$4a^2 + 4a + 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/> $2a(2+a) = 4a + 2a^2$
$4a + 2a^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/> $2a(2a-1) = 4a^2 - 2a$
$4a^2 - 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/> $(2a+1)^2 = 4a^2 + 4a + 1$
$4a^2 - 4a + 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/> $(2a-1)^2 = 4a^2 - 4a + 1$
$4a^2 - 2a$	<input type="checkbox"/>	<input type="radio"/> $(2a-1)(2a+1) = 4a^2 - 1$

VRSTE ENAČB

<p>Enačba z eno neznanko</p> $2x + 1 = 7$	<p>Enačba 1. stopnje Linearna enačba</p> $2x + 1 = 7$
<p>Enačba z dvema neznankama</p> $x + y = 10$	<p>Enačba 2. stopnje Kvadratna enačba</p> $r^2 = 9$
<p>Enačba s tremi neznankami</p> $2 \cdot m - n = 45 + 3 \cdot o$	<p>Enačba 3. stopnje Kubična enačba</p> $z^3 - 25 = 2$

LINEARNA ENAČBA

▽
o

Enačbe se razlikujejo po številu neznank in po stopnji neznanke. Enačba z eno neznanko in stopnjo neznanke ena je linearna enačba.

ZGLED

Enačba $4x - 3 = 3x + 8$ je enačba z dvema neznankama.

Drži. Ne drži.

Enačba vsebuje eno neznanko (x), zapisano na dveh mestih.

ZGLED

Enačba $(x - 5) \cdot 5 = 10$ je linearna enačba.

Drži. Ne drži.

ZGLED

Enačba $(x + 4)^2 = 0$ je linearna enačba.

Drži. Ne drži.

Ko izračunamo $(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$, ugotovimo, da je najvišja stopnja neznanke 2, zato enačba NI linearna.

REŠEVANJE ENAČB

Rešitev enačbe je vsaka vrednost neznanke, za katero je vrednost leve strani enačbe enaka vrednosti desne strani enačbe. V množico rešitev zapišemo tisto rešitev enačbe, ki je iz osnovne množice. V primeru, da rešitev enačbe ni v osnovni množici, je množica rešitev prazna množica. Če osnovna množica ni posebej navedena, je to množica realnih števil.

ZGLED

Reši enačbe. Zapiši množice rešitev.

a) $1 + 2x = 5$

b) $0 \cdot x = 5$

c) $0 \cdot x = 0$

$R = \{2\}$

$R = \{\}$

$R = R$

ZGLED

Premisli, katera števila so rešitev enačb. Vpiši številke.

a) $77 : 7 = 11$

b) $2 \cdot (10 - 3) = 14$

$x : 7 = 11$

$2 \cdot (x - 3) = 14$

$x = 77$

$x = 10$

Linearna enačba lahko ima eno rešitev, nima rešitve ali ima neskončno rešitev.

Enačbe lahko rešujemo s premislekom.

ZGLED

Enačbe reši s premislekom.

a) $2x = 32$

b) $x : 15 = 4$

c) $11 = 25 - x$

č) $14 + x = 48$

d) $100 : x = 25$

e) $100 : 5 = 4 \cdot x$

a) $x = 16$

č) $x = 34$

b) $x = 60$

d) $x = 4$

c) $x = 14$

e) $x = 5$

Enačbe lahko rešujemo s preglednico.

Enačbe lahko rešujemo z diagramom.

> naredili/uporabljali v 8. razredu

EKVIVALENTNO PREOBLIKOVANJE ENAČB

Linearno enačbo z eno neznanke lahko preoblikujemo v ekvivalentno enačbo, če:

- levi in desni strani enačbe prištejemo ali odštejemo enako število ali člen,
- levo in desno stran enačbe množimo ali delimo z enakim številom, različnim od števila 0.

ZGLED

Utemelji, zakaj bi v enačbi $3x - 4 = 5$ najprej levi in desni strani enačbe prišteli število 4.

$$3x - 4 = 5 \quad | +4$$

$$3x - 4 + 4 = 5 + 4$$

$$3x = 9 \implies x = 3$$

ZGLED

Enačbo $2 - 3x = -6 + x$ preoblikujemo po korakih v ekvivalentne enačbe. Ekvivalentne enačbe so se pomešale. K prvi zapiši število 1, k drugi število 2 in tako dalje.

3. $-4x = -8$	2. $-3x = -8 + x$
1. $2 - 3x = -6 + x$	4. $x = 2$

$$2 - 3x = -6 + x \quad | -2$$

$$2 - 3x - 2 = -6 + x - 2$$

$$-3x = -8 + x \quad | -x$$

$$-3x - x = -8 + x - x$$

$$-4x = -8 \quad | :(-4)$$

$$x = 2$$

ZGLED

Prepiši enačbi v zvezek in ju reši s preoblikovanjem v ekvivalentne enačbe.

a) $2x - 13 = -x + 2$	b) $4x + 5 = 2x - 3$
-----------------------	----------------------

a) $2x - 13 = -x + 2 \quad | +13$

$$2x - 13 + 13 = -x + 2 + 13$$

$$2x = -x + 15 \quad | +x$$

$$2x + x = -x + 15 + x$$

$$3x = 15 \implies x = 5$$

b) $4x + 5 = 2x - 3 \quad | -5$

$$4x + 5 - 5 = 2x - 3 - 5$$

$$4x = 2x - 8 \quad | -2x$$

$$4x - 2x = 2x - 8 - 2x$$

$$2x = -8 \quad | :2$$

$$x = -4$$

ZGLED

Maja rešuje enačbo $-2x - 4 + 6x = x + 7 - 2$. Naslednja enačba, ki jo zapiše, je $4x - 4 = x + 5$. Utemelji, zakaj je zapisala to enačbo. Nato enačbo reši v zvezek in opravi preizkus.

$$\underline{-2x - 4 + 6x} = \underline{x + 7 - 2}$$

$$4x - 4 = x + 5 \quad | +4$$

$$4x - 4 + 4 = x + 5 + 4$$

$$4x = x + 9 \quad | -x$$

$$4x - x = x + 9 - x$$

$$3x = 9 \quad | :3$$

$$x = 3$$

Prepiši enačbi v zvezek in ju reši s preoblikovanjem v ekvivalentne enačbe.

a) $2x - 6 = -x + 9$	b) $15 + 5x + 5 = 3x + 10$
----------------------	----------------------------

a) $2x - 6 = -x + 9 \quad | +6$

$$2x - 6 + 6 = -x + 9 + 6$$

$$2x = -x + 15 \quad | +x$$

$$2x + x = -x + 15 + x$$

$$3x = 15 \quad | :3$$

$$x = 3$$

b) $15 + 5x + 5 = 3x + 10$

$$5x + 20 = 3x + 10 \quad | -20$$

$$5x + 20 - 20 = 3x + 10 - 20$$

$$5x = 3x - 10 \quad | -3x$$

$$5x - 3x = 3x - 10 - 3x$$

$$2x = -10 \quad | :2$$

$$x = -5$$

$$D = -2 \cdot 3 - 4 + 6 \cdot 3 = 8$$

$$D = 3 + 7 - 2 = 8$$

ENAČBE Z OKLEPAJI

ZGLED

V zvezek reši enačbo $5 - (4 - 2x) = 7$. Zapiši ekvivalentne enačbe.

$$5 - (4 - 2x) = 7$$

$$5 - 4 + 2x = 7$$

$$1 + 2x = 7 \quad | -1$$

$$1 + 2x - 1 = 7 - 1$$

$$2x = 6 \quad | :2$$

$$x = 3$$

$$\mathcal{R} = \{3\}$$

ZGLED

V zvezek reši enačbo $6 + (2x - 3) = 4 - (2x - 3)$.

$$6 + (2x - 3) = 4 - (2x - 3)$$

$$6 + 2x - 3 = 4 - 2x + 3$$

$$2x + 3 = -2x + 7 \quad -3$$

+2x

$$2x + 2x = 7 - 3$$

$$4x = 4 \quad | :4$$

$$x = 1$$

$$\mathcal{R} = \{1\}$$

ZGLED

V zvezek reši enačbo $2 \cdot (x - 3) = 5x - 3$.

$$2 \cdot (x - 3) = 5x - 3$$

$$2x - 6 = 5x - 3$$

-5x

$$2x - 5x = -3 + 6$$

$$-3x = 3 \quad | :(-3)$$

$$x = -1$$

$$\mathcal{R} = \{-1\}$$

ZGLED

V zvezek reši enačbo $4 \cdot (2 - x) - 3 \cdot (3 - x) = 5 \cdot (x + 1)$.

$$4 \cdot (2 - x) - 3 \cdot (3 - x) = 5 \cdot (x + 1)$$

$$8 - 4x - 9 + 3x = 5x + 5$$

$$-x - 1 = 5x + 5 \quad -5x$$

-5x

$$-x - 5x = 5 + 1$$

$$-6x = 6 \quad | :(-6)$$

$$x = -1$$

$$\mathcal{R} = \{-1\}$$

Reši enačbi.

a) $9 + (x - 3) = 26$

b) $-10 - (-x + 5) = -2$

$$9 + (x - 3) = 26$$

$$9 + x - 3 = 26$$

$$x + 6 = 26$$

$$x = 26 - 6$$

$$x = 20$$

$$\mathcal{R} = \{20\}$$

$$-10 - (-x + 5) = -2$$

$$-10 + x - 5 = -2$$

$$x - 15 = -2$$

$$x = -2 + 15$$

$$x = 13$$

$$\mathcal{R} = \{13\}$$

ENAČBE Z ULOMKI



Linearno enačbo z ulomki rešimo tako, da enačbo preoblikujemo v ekvivalentno enačbo brez ulomkov. Vsak člen enačbe z ulomki množimo z najmanjšim skupnim imenovalcem ulomkov v enačbi.

ZGLED

V zvezek reši enačbo $\frac{x}{3} - 7 = 2x - 2$.

$$\frac{x}{3} - 7 = 2x - 2 \quad | \cdot 3$$
$$\cancel{3} \cdot \frac{x}{\cancel{3}} - 3 \cdot 7 = 3 \cdot 2x - 3 \cdot 2$$
$$x - 21 = 6x - 6$$

$$x - 6x = -6 + 21$$
$$-5x = 15 \quad | : (-5)$$

$$x = -3 \quad \mathcal{R} = \{-3\}$$

ZGLED

Rešitev enačbe $\frac{2x-2}{5} + 1 = x$ je število 1.

Drži. Ne drži.

$$\frac{2x-2}{5} + 1 = x \quad | \cdot 5$$

$$\cancel{5} \cdot \frac{2x-2}{\cancel{5}} + 5 \cdot 1 = 5 \cdot x$$

$$2x - 2 + 5 = 5x$$

$$2x + 3 = 5x$$

$$2x - 5x = -3$$

$$-3x = -3$$

$$\boxed{x = 1}$$

Reši enačbo $5 + \frac{x}{4} = 13$.

$x =$

$$5 + \frac{x}{4} = 13 \quad | \cdot 4$$

$$4 \cdot 5 + 4 \cdot \frac{x}{4} = 4 \cdot 13$$

$$20 + x = 52$$

$$x = 52 - 20$$

$$x = 32$$

BESEDILNE NALOGE

Postopek reševanje nalog z besedilom:

1. Pozorno preberemo nalogo.
2. Izberemo neznano količino. (Običajno je to količina, po kateri sprašuje naloga.)
3. Po besedilu naloge zapišemo enačbo.
4. Rešimo enačbo.
5. Izračunamo vse neznane količine.
6. Preverimo, ali rešitev ustreza besedilu naloge (naredimo preizkus).
7. Zapišemo odgovor.

Naloge

1. Če dvakratniku nekega števila prišteješ 8, dobiš isto, kot če od njegovega trikratnika odšteješ 4. Katero število je to?

$$2x + 8 = 3x - 4$$

Diagram showing the equation $2x + 8 = 3x - 4$ with circled terms and arrows indicating the subtraction of $3x$ from both sides and 8 from the right side.

$$2x - 3x = -4 - 8$$

$$-x = -12$$

$$x = 12$$

○, To število je 12.

2. V razredu je 23 učencev. Koliko je dečkov in koliko deklic, če je deklic 5 več kot dečkov?

Dečki: a
Deklice: b

$$a + b = 25$$
$$a + 5 = b$$

$$\rightarrow a + a + 5 = 25$$

$$2a + 5 = 25$$

$$2a = 25 - 5$$

$$2a = 20$$

$$a = 10$$

$$b = a + 5 = 10 + 5 = 15$$

Dečkov je 10, deklic pa 15.

3. Na kmetiji je enako število piščancev, ovc in koz. Koliko je koz, če je število nog vseh živali 180?

$$p = 2 \text{ nogi}$$

$$o = 4$$

$$k = 4$$

$$2 \cdot x + 4 \cdot x + 4x = 180$$

$$10x = 180 \quad | :10$$

$$x = 18$$

Na kmetiji je 18 koz.